全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第二册 RJA

天津出版传媒集团
天津人民出版社

图书介绍

01 目录设置符合一线上课需求，详略得当，拓展有度

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ **探究点三 等差数列的通项公式及应用**

例3 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为d.

(1)若$a_1=2,d=3$,求a_{10}；

(2)若$a_1=3,a_n=21,d=2$,求n；

(3)若$a_1=12,a_6=27$,求d；

(4)若$d=-\frac{1}{3},a_7=8$,求a_1和a_n.

变式 (1)在等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_5-a_3=12$,$a_{12}=20$,则$a_1=$________,公差$d=$________.

(2)在等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_1=9$,公差$d=-2$,$a_n=-15$,则$n=$________.

(3)在等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_3=9,a_9=3$,则$\{a_n\}$的通项公式为________.

[素养小结]

等差数列通项公式的求法与应用技巧

(1)等差数列的通项公式可由首项与公差确定,所以要求等差数列的通项公式,只需求出首项与公差.

(2)等差数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=a_1+(n-1)d$中共含有四个参数,即a_1,d,n,a_n,如果知道了其中的任意三个数,那么就可以由通项公式求出第四个数,这一求未知量的过程,我们通常称之为“知三求一”.

拓展 (1)(多选题)[2026·安徽滁州高二检测]若数列$\{a_n\}$是等差数列,公差为d,则下列对数列$\{b_n\}$的判断正确的有 ( )

A. 若$b_n=-a_n$,则数列$\{b_n\}$是等差数列

B. 若$b_n=a_{2n}$,则数列$\{b_n\}$是等差数列

C. 若$b_n=a_n+a_{n+1}$,则数列$\{b_n\}$是公差为d的等差数列

D. 若$b_n=a_n+n$,则数列$\{b_n\}$是公差为$d+1$的等差数列

(2)已知等差数列$\{a_n\}$为递增数列,若$a_1=\frac{1}{25}$,且从第10项开始每项都大于1,则此等差数列的公差d的取值范围是____________.

◆ **探究点二 由等差数列构造新等差数列**

例2 [教材P18T5改编] 已知等差数列$\{a_n\}$的首项为a_1,公差为d,若以第2项为首项,每隔两项取出一项组成一个新的数列$\{b_n\}$,那么这个数列是等差数列吗?若是,求出其公差,并指出b_n为数列$\{a_n\}$的第几项.

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型三 等差、等比数列综合问题**

[类型总述](1)等差、等比的转化;(2)等差与等比的综合.

例 4 (1)[2025·北京卷] 已知$\{a_n\}$是公差不为0的等差数列,$a_1=-2$,若a_3,a_4,a_6成等比数列,则$a_{10}=$ ( )

A. -20 B. -18 C. 16 D. 18

(2)已知数列$\{a_n\},\{b_n\}$满足$b_n=\log_2 a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,若$\{b_n\}$是等差数列,$a_{10}a_{2017}=2$,则$b_1+b_2+\cdots+b_{2026}=$________.

变式 (1)已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d\neq0$,且a_1,a_3,a_7成等比数列,则$\frac{a_1}{d}=$ ( )

A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

(2)(多选题)在数列$\{a_n\}$中,$a_n=a_{n+1}-\frac{1}{4}a_{n+2}$,$a_1=2,a_2=8$,$S_n$是数列$\{\log_2 a_n\}$的前$n$项和,则 ( )

A. 数列$\{a_{n+1}-2a_n\}$是等比数列

B. 数列$\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$是等差数列

C. $a_1+\frac{a_2}{2}+\frac{a_3}{3}+\cdots+\frac{a_{10}}{10}=2044$

D. $S_5<22$

04 科学分层设置作业，注重难易比例分配，兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. [2026·深圳高级中学高二期末] 已知S_n是等比数列$\{a_n\}$的前n项和,若$a_2=2,a_9=8a_6$,则$S_{10}=$ ( )

A. 1022 B. 1023

C. 1024 D. 1025

综合提升

10. [2026·上海宝山中学高二期末] 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=3^n+t$,下列说法正确的是 ( )

A. 当且仅当$t=0$时,$\{a_n\}$是等比数列

B. 当且仅当$t=-1$时,$\{a_n\}$是等比数列

C. 当且仅当$t=1$时,$\{a_n\}$是等比数列

D. 当且仅当$t=-3$时,$\{a_n\}$是等比数列

思维探索

15. (多选题)[2026·临沂高二检测] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=\log_{(n+1)}(n+2)$,定义使$a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdot\cdots\cdot a_k$为整数的$k$叫作"完美数",则区间$[1,1000]$内所有"完美数"的和$M=$________.

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

滚动习题(一)

范围 4.1~4.2

(时间:45分钟 分值:105分)

一、单项选择题(本大题共7小题,每小题5分,共35分)

2. [2026·江苏徐州高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$,且$a_3=5$,则$a_1=$ ( )

A. 0 B. $\frac{1}{2}$

C. 1 D. 2

二、多项选择题(本大题共2小题,每小题6分,共12分)

8. [2026·云南德宏州高二检测] 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$a_1=3$,$a_{n+1}=\frac{1}{1-a_n}$,则 ( )

A. $a_3=\frac{2}{3}$ B. $a_5>0$

C. $a_8=-\frac{1}{2}$ D. $S_8=40$

三、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=2^{n+1}-3$,则数列$\{a_n\}$的通项公式是________.

四、解答题(本大题共3小题,共43分)

13. (13分)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n}{n+51}$.

(1)计算$a_{n+1}-a_n$,并判断其符号.

(2)该数列是否存在最小项与最大项?若存在,求出对应的值;若不存在,请说明理由.

CONTENTS 目录

扫码领取
单元真题练习
全科高考真题卷

测 评 卷

第四章　数列

AI学习有疑问
扫码添加AI伴学师

4.1　数列的概念

第 1 课时　数列的概念与表示

基础巩固

1. [2026·湖北十堰高二期末] 下列说法中正确的是（　　）

A. 数列 1,2,3 与数列 3,2,1 是同一数列

B. 与集合中的元素要求互异类似,数列的项是不相同的

C. 数列 0,2,4,6,…可记为$\{2n\}$

D. 若 $f(x)=2.025^x$,则数列 $f(1),f(2),\cdots,f(n),\cdots$是递增数列

2. 下列数列中,既是递增数列又是无穷数列的是（　　）

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots$

B. $-1,-2,-3,-4,\cdots$

C. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{99}$

3. [2025·天津南开区高二质检] 已知数列$\{a_n\}$的前几项为$-1,4,-7,10,\cdots$,则该数列的一个通项公式为（　　）

A. $a_n=(-1)^{n-1}(3n-2)$

B. $a_n=(-1)^n(3n-2)$

C. $a_n=(-1)^{n-1}(3n+1)$

D. $a_n=(-1)^n(3n+1)$

4. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\begin{cases}3n+1, n\text{ 是奇数},\\2n-2, n\text{ 是偶数},\end{cases}$ 则 $a_2\cdot a_3=$（　　）

A. 70　　B. 28　　C. 20　　D. 8

5. [2026·酒泉高二期中] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是 $a_n=n+\frac{64}{n}$,则下列各数是数列$\{a_n\}$的项的是（　　）

A. 18　　B. 20　　C. 32　　D. 66

6. (多选题)[2026·广东清远三校高二联考] 已知数列$\sqrt{2},2,\sqrt{6},2\sqrt{2},\cdots$,则下列说法正确的是（　　）

A. 此数列的通项公式是 $a_n=\sqrt{2n}$

B. 8 是它的第 32 项

C. 此数列的通项公式是 $a_n=\sqrt{n+1}$

D. 8 是它的第 4 项

7. 已知下列数列:

(1)0,0,0,0,0,0;(2)$0,-1,2,-3,4,-5,\cdots$;

(3)$0,\frac{1}{2},\frac{2}{3},\cdots,\frac{n-1}{n},\cdots$;(4)$1,0.2,0.2^2,0.2^3,\cdots$;(5)$0,-1,0,\cdots,\cos\frac{n}{2}\pi,\cdots$.

其中有穷数列是________,无穷数列是________,递增数列是________,递减数列是________,常数列是________,摆动数列是________.(填序号)

8. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{1}{n(n+2)}$,则 $a_{10}=$________;若 $a_n=\frac{1}{168}$,则 $n=$________.

9. (13 分)观察下列数列的特点,在每个空白处填入一个适当的数,并写出每个数列的一个通项公式.

(1)1,3,7,________,31,________,127,…;

(2)2,5,________,17,26,________,50,…;

(3)$\frac{1}{2},-\frac{1}{4}$,________,$-\frac{1}{16},\frac{1}{32}$,________,$\frac{1}{128},\cdots$;

(4)$1,\sqrt{2}$,________,$2,\sqrt{5}$,________,$\sqrt{7},\cdots$.

班级

姓名

答题区 题号

1 2 3 4 5 6 7 8 10 11 12 13 15

综合提升

10. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=\frac{n}{3n+1}$,那么这个数列是 ( )

A. 递增数列 B. 递减数列

C. 摆动数列 D. 常数列

11. (多选题)[2025·盐城高二检测] 若数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=-2n^2+13n$,则 ( )

A. 该数列仅有6项为正数

B. 该数列有无限多项为负数

C. 该数列的最大项就是函数$f(x)=-2x^2+13x$的最大值

D. -70是该数列中的一项

12. 若数列$\left\{(n+3)\left(\frac{8}{9}\right)^n\right\}$的最大项为第$k$项,则$k=$________.

13. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=2n^2+\lambda n+3,n\in\mathbf{N}^*$,且$\{a_n\}$是递增数列,则实数$\lambda$的取值范围是________.

14. (15分)根据数列$\{a_n\}$的通项公式,写出数列的前5项,并用图象表示出来.

(1)$a_n=\frac{3+(-1)^n}{2}$;

(2)$a_n=\sin\frac{(n+1)\pi}{2}+1$.

思维探索

15. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对《易传》"大衍之数五十"的推论,主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理.数列中的每一项都代表太极衍生过程中曾经经历过的两仪数量总和.该数列从第一项起依次是0,2,4,8,12,18,24,32,40,50,…,则该数列的第19项为________,该数列的一个通项公式为$a_n=$________.

16. (15分)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n-3}{2^n}$,试判断数列$\{a_n\}$的单调性,并判断该数列是否有最大项与最小项.

第 2 课时　数列的递推公式与前 n 项和

基础巩固

1. 符合递推公式 $a_n=\sqrt{2}a_{n-1}(n\geqslant 2)$ 的数列是　　（　　）

A. $1,2,3,4,\cdots$

B. $1,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

C. $\sqrt{2},2,\sqrt{2},2,\cdots$

D. $0,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

2. ［2026·广西崇左高二期末］若数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=3^n+2$，则 $a_2=$　　（　　）

A. 2　　B. 4

C. 6　　D. 8

3. ［2026·湖北黄冈高二期末］已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1,a_{n+1}=\begin{cases}2a_n,n\text{ 为奇数},\\a_n+2,n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 则 $a_3=$　　（　　）

A. 2　　B. 3

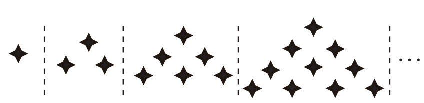
C. 4　　D. 5

4. ［2025·河池高二期末］已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1,a_{n+1}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列$\{a_n\}$的前 5 项和 $S_5=$　　（　　）

A. 31　　B. 45

C. 57　　D. 63

5. 下列给出的图形中，星星的个数构成一个数列，则该数列的一个递推公式可以是　　（　　）



A. $a_{n+1}=a_n+n,n\in\mathbf{N}^*$

B. $a_n=a_{n-1}+n,n\in\mathbf{N}^*,n\geqslant 2$

C. $a_{n+1}=a_n+(n+1),n\in\mathbf{N}^*,n\geqslant 2$

D. $a_n=a_{n-1}+(n-1),n\in\mathbf{N}^*,n\geqslant 2$

6. （多选题）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和满足 $S_n=2^{n+1}-1$，则下列说法正确的是　　（　　）

A. $a_1=3$　　B. $a_n=2n(n\geqslant 2)$

C. $a_n=2^n$　　D. $a_n=2^n(n\geqslant 2)$

7. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=n^2+n$，则 $a_{10}+a_{11}+a_{12}=$________.

8. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1,a_2=2,a_{n+2}=-\dfrac{2}{a_n}$，则 $a_{2028}=$__________.

9. （13 分）已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1,a_{n+1}=\dfrac{n}{n+1}a_n$.

（1）写出数列$\{a_n\}$的前 5 项；

（2）猜想数列$\{a_n\}$的通项公式.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	10
	11
	12
	13
	15
	16

综合提升

10. 已知数列$\left\{\frac{1}{2n-11}\right\}$的前 n 项和为 S_n，则使得 S_n 最小的 n 的值是 (　　)

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

11. (多选题)在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}+\frac{1}{a_n}=1$，$n\in\mathbf{N}^*$，则 (　　)

A. $a_{2027}=\frac{1}{2}$

B. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2028}=1014$

C. $a_1a_2a_3\cdots a_{2025}=1$

D. $a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+\cdots+a_{2028}a_{2029}=-1014$

12. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_n=n^2(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_9=$________.

13. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_2=1$，$a_n+a_{n+1}=2026(n\in\mathbf{N}^*)$，那么 $a_{2025}=$________.

14. (15 分)已知 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且 $S_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $b_n=2^{a_n}-5a_n$，求数列$\{b_n\}$中的最小项.

思维探索

15. [2026·杭州二中高二期末] 任取一个正整数，若是奇数，就将该数乘 3 再加上 1；若是偶数，就将该数除以 2. 反复进行上述两种运算，经过有限次步骤后，必进入循环圈 1→4→2→1. 这就是数学史上著名的“冰雹猜想”(又称“角谷猜想”). 如取正整数 6，根据上述运算法则得出 6→3→10→5→16→8→4→2→1，共需经过 8 个步骤变成 1(简称为 8 步“雹程”). 现给出“冰雹猜想”的递推关系如下：已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=5$，且 $a_{n+1}=\begin{cases}3a_n+1, a_n\text{ 为奇数},\\ \frac{a_n}{2}, a_n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 则 $a_{2026}=$ (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 5

16. 数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时，发现这样一个数列$\{a_n\}$：1，1，2，3，5，8，…，它从第 3 项起，每一项都等于前面两项之和，即 $a_1=a_2=1$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$. 若 $a_m=2(a_3+a_6+a_9+\cdots+a_{126})+1$，则 $m=$________.

4.2 等差数列

4.2.1 等差数列的概念

第1课时 等差数列的概念与通项公式

基础巩固

1. [2026·浙江上虞中学高二月考] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=n-1$,则下列结论中正确的是 ( )

A. 该数列是公差为-1的等差数列

B. 该数列的图象只能在第一象限

C. 该数列是有穷数列

D. 该数列的图象是直线$y=x-1$上满足$x\in\mathbf{N}^*$的点集

2. $\lg(\sqrt{5}+2)$与$\lg(\sqrt{5}-2)$的等差中项是 ( )

A. $\sqrt{5}$　　B. 0

C. $\lg\sqrt{5}$　　D. $\lg 2$

3. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}-a_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_6=$ ( )

A. -9　　B. 9

C. 11　　D. 13

4. 若等差数列$\{a_n\}$的首项是-24,且从第10项开始大于0,则公差d的取值范围是 ( )

A. $\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$　　B. $(-\infty,3)$

C. $\left[\frac{8}{3},3\right)$　　D. $\left(\frac{8}{3},3\right]$

5. 在实数m和$n(m<n)$之间插入4个不同的数,这6个数恰好构成公差为3的等差数列,则$n-m$的值为 ( )

A. 15　　B. 12

C. -12　　D. -15

6. (多选题)已知下列数列的通项公式,其中是等差数列的是 ( )

A. $a_n=-3$　　B. $a_n=5n-8$

C. $a_n=\log_3 5^n$　　D. $a_n=n^2-n$

7. [2026·福州高二检测] 等差数列5,9,13,17,…的第7项为________.

8. [2025·济宁高二检测] 在等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_5=11$,$a_1+a_2+a_3=15$,则$a_n=$________.

9. (13分)在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_5=8$,$a_4=7$.

(1)求a_{10}.

(2)112是数列$\{a_n\}$的第几项?

(3)满足$80<a_n<110$的共有多少项?

综合提升

10. [2026·清华大学附中高二期末] 在等差数列$\{a_n\}$中,$\frac{a_4}{a_3}=\frac{5}{3}$,则$\frac{a_8}{a_6}=$ ( )

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{11}{7}$

C. $\frac{13}{9}$　　D. $\frac{15}{11}$

11. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$为递减数列,且$a_3=1$,$a_2a_4=\frac{3}{4}$,则下列结论中正确的有 ( )

A. 数列$\{a_n\}$的公差$d=-\frac{1}{2}$

B. $a_n=-\frac{1}{2}n+\frac{5}{2}$

C. 数列$\{a_1a_n\}$是公差为-1的等差数列

D. $a_1a_7+a_4=-1$

班级	
姓名	

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	10
	11
	12
	13
	15

12. [2026·湖北黄冈高二检测] 已知在数列$\{a_n\}$中,$a_2=2$,$a_6=0$,且数列$\left\{\frac{1}{a_n+1}\right\}$是等差数列,公差为$d$,则$d=$________.

13. 某网站举办了一场针对本网站会员的奖品派发活动,派发规则如下:①会员编号能被3除余1且被5除余1的会员可以获得精品吉祥物一套;②不符合①中条件的会员可以获得普通吉祥物一套.已知该网站的会员共有2024人(编号为1号到2024号,中间没有空缺),则获得精品吉祥物的人数为________.

14. (15分)已知函数$f(x)=\frac{3x}{x+3}$,数列$\{a_n\}$满足$a_n=f(a_{n-1})$($n\geqslant2$且$n\in\mathbf{N}^*$),且$a_n\neq0$.

(1)求证:数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$是等差数列;

(2)当$a_1=\frac{1}{2}$时,求a_{2026}.

思维探索

15. 大衍数列来源于《乾坤谱》,主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理.大衍数列$\{a_n\}$中,对于$k=1,2,3,\cdots$,数列a_{2k-1},a_{2k},a_{2k+1}是公差为d_k的等差数列,且$\{d_k\}$也是等差数列.已知$a_1=0$,$a_3=4$,$a_7=24$,则$a_5=$________;$\{a_n\}$的前9项和等于________.

16. (15分)已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1, n\text{ 为奇数},\\ a_n+2, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$

(1)求a_2,a_3;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

第 2 课时　等差数列的性质与应用

基础巩固

1. [2026·陕西榆林高二期末] 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=2$，$a_{12}=18$，则$a_7=$（　）

A. 10　　B. 8

C. 6　　D. 4

2. [2025·周口高二期末] 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_5+a_9=6$，$a_6=10$，则$\{a_n\}$的公差$d=$（　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. -4

C. -7　　D. -8

3. 已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_5=8$，则$\log_2(a_2+a_4+a_5+a_9)=$（　）

A. 6　　B. 16

C. 5　　D. 32

4. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$都是等差数列，且$a_1-b_1=2$，$a_2-b_2=1$，则$a_5-b_5=$（　）

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

5. 目前农村电子商务发展取得了良好的进展，若某家农村网店从第一个月起每个月的利润构成递增的等差数列，且第 2 个月的利润为 2500 元，第 5 个月的利润为 4000 元，若从第 m 个月开始，该网店的利润超过 5000 元，则$m=$（　）

A. 6　　B. 7

C. 8　　D. 10

6. (多选题)[2026·长沙雅礼中学高二期中] 若数列$\{a_n\}$是等差数列，则下列数列中一定为等差数列的有（　）

A. $\{a_n+3\}$　　B. $\{a_n^2\}$

C. $\{a_{n+1}-a_n\}$　　D. $\{2a_n\}$

7. 若等差数列$\{a_n\}$的第 3 项为 12，第 6 项为 4，则此数列的第 9 项为________.

8. [2026·重庆八中高二月考] 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=m$，$a_m=2$，$m\neq 2$，$m\in\mathbf{N}^*$，则$a_{m+2}=$________.

9. (13 分)设等差数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_3+a_5=9$.

(1)求a_3；

(2)若$a_1+a_2+a_3$，$a_4+a_5+a_6$，$a_7+a_8+a_9$是公差为 18 的等差数列，求数列$\{a_n\}$的通项公式.

综合提升

10. [2026·安庆一中高二期末] 已知做一个木梯需要 7 根横梁，这 7 根横梁的长度从上到下成等差数列，现有长为 1.8 m 的一根木杆刚好可以截成最上面的三根横梁，长为 2.4 m 的一根木杆刚好可以截成最下面的三根横梁，那么正中间的一根横梁的长度是（　）

A. 0.6 m　　B. 0.7 m

C. 0.8 m　　D. 0.9 m

11. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1>0$，且$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$，则（　）

A. $a_1+a_{101}>0$　　B. $a_1+a_{101}<0$

C. $a_3+a_{99}=0$　　D. $a_{51}<a_{50}$

12. 已知无穷等差数列$\{a_n\}$的首项为a_1，公差为d，将所有序号为 3 的倍数与序号为 7 的倍数的项取出分别组成新的等差数列，记为$\{b_n\}$，$\{c_n\}$，其公差分别为d_1，d_2，则$d_2-d_1=$________.

班级

姓名

答题区 题号

1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
15

13. 我国古代数学名著中有如下问题:“今有五人分六钱,令前三人所得与后二人等,各人所得均增,问各得几何?”其意思是:已知 A,B,C,D,E 五个人分重量为 6 钱(“钱”是古代的一种重量单位)的物品,A,B,C 三人所得物品的钱数之和与 D,E 二人所得物品的钱数之和相等,且 A,B,C,D,E 每人所得物品的钱数依次构成递增的等差数列,问五个人各分得多少钱的物品?在这个问题中,C 分得物品的钱数是________.

14. (15 分)[教材 P18T4 变式] 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$都是等差数列,公差分别为 d_1,d_2,数列$\{c_n\}$满足 $c_n=a_n+3b_n$.

(1)数列$\{c_n\}$是不是等差数列?若是,证明你的结论;若不是,请说明理由.

(2)若 $a_1=1,b_1=2,d_1=2,d_2=4$,求数列$\{c_n\}$的通项公式.

思维探索

15. (多选题)在数列$\{a_n\}$中,若 $a_n^2-a_{n-1}^2=p(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*,p$ 为常数),则称$\{a_n\}$为平方等差数列.下列说法中正确的为 ( )

A. $\{(-2)^n\}$是平方等差数列

B. 若$\{a_n\}$是平方等差数列,则$\{a_n^2\}$是等差数列

C. 若$\{a_n\}$是平方等差数列,则$\{ka_n+b\}(k,b\in\mathbf{N}^*,k,b$ 为常数)也是平方等差数列

D. 若$\{a_n\}$是平方等差数列,则$\{a_{kn+b}\}(k,b\in\mathbf{N}^*,k,b$ 为常数)也是平方等差数列

16. (15 分)有一批电器原销售价为每台 800 元,在甲、乙两家商场均有销售.甲商场用如下方法促销:买一台单价为 780 元,买两台单价为 760 元,以此类推,每多买一台则单价减少 20 元,但单价最少不低于 440 元;乙商场一律按原价的 75%销售.某单位需购买一批此类电器,去哪一家商场购买花费较少?

4.2.2 等差数列的前 n 项和公式

第1课时 等差数列的前 n 项和公式及性质

基础巩固

1. 在 3 和 15 中插入 3 个数，使这 5 个数成等差数列，则这 5 个数的和为（　　）

A. 42　　B. 45

C. 48　　D. 51

2. [2025·西南大学附中高二期末] 等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_4=1$，$S_9=27$，则公差 $d=$（　　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

3. [2026·东莞高二质检] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $S_5=S_{10}$，$a_{10}=1$，则 $a_1=$（　　）

A. $\dfrac{11}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. $-\dfrac{7}{2}$　　D. $-\dfrac{9}{2}$

4. 设 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $S_3=4$，$a_4+a_5+a_6=6$，则$\dfrac{S_9}{S_6}=$（　　）

A. $\dfrac{9}{5}$　　B. $\dfrac{19}{10}$　　C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $\dfrac{19}{6}$

5. [2026·襄阳四中高二调研] 已知等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n，T_n，若$\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{4n-1}{2n+5}$，则$\dfrac{a_7+a_9}{b_4+b_{12}}=$（　　）

A. $\dfrac{62}{35}$　　B. $\dfrac{65}{37}$　　C. $\dfrac{69}{35}$　　D. $\dfrac{59}{35}$

6.（多选题）已知$\{a_n\}$是等差数列，S_n 是其前 n 项和，若 $a_7+a_9=16$，则下列结论正确的是（　　）

A. $a_8=8$　　B. $S_{15}=120$

C. $a_3+a_{13}=16$　　D. $a_{16}=16$

7. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_n=2n-1(n\in\mathbf{N}^*)$，其前 n 项和为 S_n，则 $S_{20}=$________.

8. [2026·山西晋中高二检测] 等差数列$\{a_n\}$中，S_n 为其前 n 项和. 若 $S_4=6$，$S_8=20$，则 $S_{16}=$________.

9.（13分）已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，前 n 项和为 S_n.

(1)若 $a_1=\dfrac{5}{6}$，$a_n=-\dfrac{3}{2}$，$S_n=-5$，求 n 和 d；

(2)若 $a_6=10$，$S_5=5$，求 a_8 和 S_{10}.

(3)若 $S_5=24$，求 a_2+a_4.

综合提升

10. [2026·山东济宁一中高二检测] 已知等差数列$\{a_n\}$的项数为奇数，其中所有奇数项之和为 220，所有偶数项之和为 200，则数列的项数为（　　）

A. 21　　B. 19

C. 9　　D. 11

11.（多选题）[2026·山西临汾一中高一检测] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，则下列说法中一定正确的是（　　）

A. S_3，S_6-S_3，S_9-S_6 成等差数列

B. $S_9=2S_6-S_3$

C. $S_9=3(S_6+S_3)$

D. $\dfrac{S_3}{3}$，$\dfrac{S_6}{6}$，$\dfrac{S_9}{9}$成等差数列

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	10
	11
	12
	13
	15

12. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+2$，若 $a_k+a_{k+1}+\cdots+a_{k+9}=270$，则 $k=$________.

13. 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，T_n 是数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$的前 n 项和，若 $S_7=7$，$S_{15}=75$，则 $T_n=$________.

14. (15 分)［2026·衡水二中高二调研］已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n.

(1)请用倒序相加法证明 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$；

(2)若 $S_m=n$，$S_n=m$，$m\neq n$，证明：$S_{m+n}=-(m+n)$.

思维探索

15. ［2026·龙岩高二期中］“杨辉三角”是中国古代重要的数学成就. 如图，这是由“杨辉三角”拓展而成的三角形数阵，记 a_n 为图中虚线上的数 1，3，6，10，⋯构成的数列$\{a_n\}$的第 n 项，则 $a_{2026}=$ (　　)

$$
\begin{array}{c}
1\\
1\quad 1\\
1\quad 2\quad 1\\
1\quad 3\quad 3\quad 1\\
1\quad 4\quad 6\quad 4\quad 1\\
1\quad 5\quad 10\quad 10\quad 5\quad 1\\
\cdots\cdots
\end{array}
$$

A. 1014×2027　　B. 1013×2027

C. 1013×2026　　D. 1015×2028

16. (15 分)已知 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且 $S_n=14n-n^2$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $T_n=|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$，求 T_n.

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的最值与应用

基础巩固

1. [2026·福建漳州高二检测] 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=n^2-100n+2025$，当 S_n 最小时，$n=$ (　　)

A. 47　　B. 48

C. 49　　D. 50

2. 一物体从 1960 米的高空降落，如果第 1 秒降落 4.90 米，以后每秒比前一秒多降落 9.80 米，那么落到地面所需要的时间为 (　　)

A. 20 秒　　B. 21 秒

C. 19 秒　　D. 22 秒

3. 已知等差数列$\{a_n\}$是无穷数列，若 $a_1<a_2<0$，则数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n (　　)

A. 无最大值，有最小值

B. 有最大值，无最小值

C. 有最大值，有最小值

D. 无最大值，无最小值

4. [2026·北京师大附中高二月考] 若 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_4+a_7>0$，$S_9<0$，则 S_n 的最小值为 (　　)

A. S_5　　B. S_6

C. S_7　　D. S_8

5. 某学校为了庆祝建校 60 周年，计划对学校校门的梯形花坛进行美化. 计划第一排摆放 12 个花盆，从第二排开始每排比前一排多摆放 6 个花盆，梯形花坛最多摆放 10 排，则将该花坛铺满一共需要的花盆数是 (　　)

A. 380　　B. 390

C. 400　　D. 600

6. (多选题)[2026·福建漳州高二期中] 设数列$\{a_n\}$是等差数列，公差为 d，S_n 是其前 n 项和，$a_1>0$ 且 $a_8=0$，则 (　　)

A. $d<0$

B. $a_7+a_9=0$

C. S_n 有最大值

D. S_n 有最小值

7. [2025·铜陵高二阶段练] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_4=7$，$a_7=4$，则 S_n 的最大值为________.

8. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，$a_{n+1}>a_n$，$S_n\geqslant S_7$，则一个满足条件的数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=$________.

9. (13 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，点(n,a_n)在直线$2x-y-22=0$上.

(1)求 S_n；

(2)求 S_n 的最小值及取得最小值时 n 的值.

综合提升

10. 等差数列$\{a_n\}$中，$a_5<0$，$a_6>0$，且 $a_6>|a_5|$，S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，则下列说法正确的是 (　　)

A. S_1,S_2,S_3 均小于 0，$S_4,S_5,S_6,\cdots$均大于 0

B. S_1,S_2,S_3,S_4,S_5 均小于 0，$S_6,S_7,\cdots$均大于 0

C. $S_1,S_2,\cdots,S_9$ 均小于 0，$S_{10},S_{11},\cdots$均大于 0

D. $S_1,S_2,\cdots,S_{11}$ 均小于 0，$S_{12},S_{13},\cdots$均大于 0

11. (多选题)[2026·嘉兴五中高二检测] 已知首项为正数，公差 $d\neq0$ 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则下列说法正确的是 (　　)

A. 若 $S_8<S_9$，则 $S_9<S_{10}$

B. 若 $S_{11}=0$，则 $a_2+a_{10}=0$

C. 若 $S_{13}>0$，$S_{14}<0$，则$\{S_n\}$中 S_7 最大

D. 若 $S_2=S_{10}$，则使 $S_n>0$ 的 n 的最大值为 11

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. 已知等差数列$\{a_n\}$中，$|a_5|=|a_{14}|$，且公差$d<0$，则其前n项和取得最大值时n的值为________.

13. [2025·北京一六一中学高二阶段练]某新能源汽车的购车费用为14.4万元，每年应交付保险费、充电费共0.9万元，汽车的保养维修费如下：第一年0.2万元，第二年0.4万元，第三年0.6万元，…，按等差数列逐年递增.则使用4年该新能源汽车的总费用(包括购车费用)为________万元，该新能源汽车使用________年报废最合算(即年平均费用最少).

14. (15分)某写字楼共20层，由于电梯故障，大楼管理部门需要召集每层楼中的一个负责人开会，已知每层楼中都设有一个会议室，假设与会者每向下走一层的不满意度为1，每向上走一层的不满意度为2，举行会议的这一层楼与会者的不满意度为0，为使所有与会者的不满意度之和最小，会议应该在第几层楼举行？

思维探索

15. 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，均有$S_6\leqslant S_n$成立，则$\dfrac{a_{10}}{a_7}$的值不可能为　　(　　)

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

16. (15分)已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_4=10$.

(1)若$S_{20}=590$，求$\{a_n\}$的公差；

(2)若$a_1\in\mathbf{Z}$，且S_7是数列$\{S_n\}$中最大的项，求a_1所有可能的值.

滚动习题（一）

范围 4.1～4.2

（时间：45 分钟　分值：105 分）

一、单项选择题(本大题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分)

1. [2026·烟台高二期末] 数列 $\frac{1}{3},-\frac{1}{5},\frac{1}{7},-\frac{1}{9},\cdots$的一个通项公式为 (　　)

A. $a_n=-\frac{1}{2n+1}$　　B. $a_n=\frac{1}{2n+1}$

C. $a_n=\frac{(-1)^n}{2n+1}$　　D. $a_n=\frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$

2. [2026·江苏徐州高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$，且 $a_3=5$，则 $a_1=$ (　　)

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$

C. 1　　D. 2

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_2=5$，$a_4+a_8=26$，则 $S_7=$ (　　)

A. 45　　B. 49

C. 56　　D. 63

4. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$均为等差数列，$a_2+b_2=7$，$a_8+b_{10}=11$，则 $a_5+b_6=$ (　　)

A. 9　　B. 18

C. 16　　D. 27

5. [2025·铜陵一中高二月考] 若数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{n-\sqrt{2025}}{n-\sqrt{2026}}$，则该数列中的最大项是 (　　)

A. a_1　　B. a_{44}　　C. a_{45}　　D. a_{46}

6. 数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n^2+kn$，那么“$k\geqslant-1$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的 (　　)

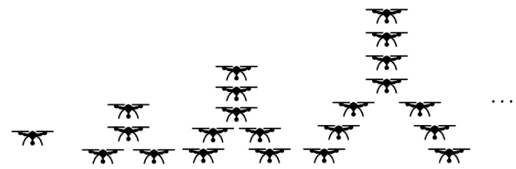
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. [2026·沧州高二联考] 某无人机爱好者组织小规模无人机表演，按照如图所示规律排列图形，若从第一组开始依次排列，则 210 架无人机可以同时排出的图形组数是 (　　)



第一组 第二组 第三组 第四组

A. 14　　B. 13

C. 12　　D. 11

二、多项选择题(本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分)

8. [2026·云南德宏州高二检测] 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_1=3$，$a_{n+1}=\frac{1}{1-a_n}$，则 (　　)

A. $a_3=\frac{2}{3}$　　B. $a_5>0$

C. $a_8=-\frac{1}{2}$　　D. $S_8=40$

9. 设 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $S_7=S_{13}$，且$(n+1)S_n>nS_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，则下列说法中正确的是 (　　)

A. $a_{10}<a_{11}$

B. S_{10} 为 S_n 的最大值

C. 存在正整数 k，使得 $S_k=0$

D. 不存在正整数 m，使得 $S_m=S_{3m}$

三、填空题(本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分)

10. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=2^{n+1}-3$，则数列$\{a_n\}$的通项公式是________.

11. [2026·深圳高二期末] 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式分别为 $a_n=\frac{n}{2}-1$，$b_n=\frac{n}{3}-2$，将$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的公共项按从小到大依次排列得到新的数列$\{c_n\}$，则$\{c_n\}$的前 n 项和 $S_n=$________.

12. [2025·重庆八中高二期末] 甲、乙、丙、丁四人玩报数游戏：第一轮，甲报数字 1，乙报数字 2，3，丙报数字 4，5，6，丁报数字 7，8，9，10；第二轮，甲报数字 11，12，13，14，15，依次循环，直到报出数字 2025，游戏结束. 则甲在第 8 轮报了________个数字，报出数字 2025 的人是________.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

13. (13 分)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\dfrac{n}{n+51}$.

(1)计算 $a_{n+1}-a_n$,并判断其符号.

(2)该数列是否存在最小项与最大项?若存在,求出对应的值;若不存在,请说明理由.

14. (15 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$为等差数列,且 $S_5=35$,$S_{10}=120$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)证明:$S_{2m}-S_m$ 是 S_m 和 $S_{3m}-S_{2m}$($m\in\mathbf{N}^*$)的等差中项.

15. (15 分)已知$\{a_n\}$为等差数列,$b_n=\begin{cases}a_n-6, n\text{ 为奇数},\\ 2a_n, n\text{ 为偶数},\end{cases}$记 S_n,T_n 分别为数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前 n 项和,$S_4=32$,$T_3=16$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 T_n.

4.3 等比数列

4.3.1 等比数列的概念

第1课时 等比数列的概念与通项公式

基础巩固

1. 下列数列一定为等比数列的是 ( )

A. 0,1,2,4,…

B. $2^2,4^2,6^2,8^2,\cdots$

C. $q-1,(q-1)^2,(q-1)^3,(q-1)^4,\cdots$

D. $\frac{1}{a},\frac{1}{a^2},\frac{1}{a^3},\frac{1}{a^4},\cdots$

2. [2026·山西长治高二期末] 若 $3,a,27$ 成等比数列,则 $a=$ ( )

A. 9　　B. 15

C. ±9　　D. ±15

3. [2026·贵州铜仁高二质检] 若 a,b,c 成等比数列,且公比为$\frac{1}{2}$,则$\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c}$的公比为 ( )

A. 2　　B. −2

C. ±2　　D. $\frac{1}{2}$

4. 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中,$a_3+a_4+a_5=7\sqrt{a_2a_4}$,则$\{a_n\}$的公比 q 为 ( )

A. −2 或 3　　B. 3

C. 2 或−3　　D. 2

5. 若数列$\{a_n\}$为递增的等比数列,公比为 q,则下列说法一定正确的是 ( )

A. $a_1>0$

B. $q>1$

C. $\frac{a_n}{a_{n+1}}<1$

D. 当 $a_1>0$ 时,$q>1$

6. (多选题)已知数列$\{a_n\}$,则下列说法不正确的是 ( )

A. 若 $a_n^2=4^n,n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_n\}$为等比数列

B. 若 $a_na_{n+2}=a_{n+1}^2,n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_n\}$为等比数列

C. 若 $a_ma_n=2^{m+n},m,n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_n\}$为等比数列

D. 若 $a_na_{n+3}=a_{n+1}a_{n+2},n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_n\}$为等比数列

7. 已知$\{a_n\}$为等比数列,$a_3=2,a_2+a_4=\frac{20}{3}$,则$\{a_n\}$的通项公式为________________.

8. [2026·陕西师大附中高二月考] 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中,若 $a_1+a_2+a_3=14,a_5+a_6+a_7=224$,则 $a_{10}=$________.

9. (13分)(1)在等比数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_5=18,a_3+a_6=9$,若 $a_m=1$,求 m 的值.

(2)在等比数列$\{a_n\}$中,$a_1=1,a_5=4a_3$,求数列$\{a_n\}$的通项公式.

综合提升

10. [2026·广州高二期末] 数列$\{a_n\}$满足 $a_1=2$,$a_{n+1}=ma_n+(3-m)(n\in\mathbf{N}^*,m\in\mathbf{R})$,则“$m=3$”是“数列$\{a_n\}$为等比数列”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

11. (多选题)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1,(a_na_{n+1}-1)(2a_{n+1}-a_n)=0$,则 a_{1314} 的值可能为 ( )

A. 1　　B. 1314

C. 2^{-1313}　　D. 2^{-521}

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

12. [2025·庐山一中高二月考] 已知 a,b 是方程 $x^2-6x+1=0$ 的两根,若 m,n 分别是 a,b 的等差中项和等比中项,则 $mn=$________.

13. [2025·诸暨高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,a_2=16,a_{n+1}^2=2a_na_{n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$,若 a_m 为数列 $\{a_n\}$ 的最大项,则 $m=$________.

14. (15 分)已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$.

(1)求 a_2,a_3;

(2)求证 $\{a_n\}$ 是等比数列,并求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

思维探索

15. 如图所示的数阵由数字 1 和 2 构成,将上一行的数字 1 变成 1 个 2,数字 2 变成 2 个 1,得到下一行的数据,形成数阵,设 a_n 是第 n 行数字 1 的个数,b_n 是第 n 行数字 2 的个数,则 $a_6+a_7=$________,$a_{2n}+b_{2n+1}=$________.

第一行　1　2

第二行　2　1　1

第三行　1　1　2　2

第四行　2　2　1　1　1　1

……

16. (15 分)记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,已知 $a_n>0,a_2=a_1(1-a_1)$,且数列 $\{\sqrt{1-S_n}\}$ 是等比数列,证明:$\{a_n\}$ 是等比数列.